$$f'(x)=\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|+x.\frac{\frac{1}{x}.x}{\frac{x-1}{x}}$$

Donc : $f'(x)=\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|+\frac{1}{x-1}$

Exercice 3

Dans tout l'exercice : k est une constant réelle

a) $x\in\left]\frac{3}{4},+\infty\right[\Rightarrow 4x-3>0$ d'où f est continue par suite elle admet une primitive F

$$f(x)=\frac{1}{4}.\frac{(4x-3)'}{(4x-3)}$$

$$\Rightarrow F(x)=\frac{1}{4}\ln(4x-3)+k$$

b) $x>0$, d'où f est continue par suite elle admet une primitive F

$$f(x)=\frac{x^2+x+1}{x}=x+1+\frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow F(x)=\frac{x^2}{2}+x+\ln x+k$$

c) $x>0$, d'où f est continue par suite elle admet une primitive F

$$f(x)=\frac{\ln^2 x}{x}=\frac{1}{x}(\ln x)^2=(\ln x)'.(\ln x)^2$$

$$\Rightarrow F(x)=\frac{1}{3}\ln x^3+k$$

d) $f(x)=\frac{1}{x(\ln x+1)}$

$x>e^{-1}=\frac{1}{e}\Rightarrow \ln x>\ln\frac{1}{e}=-1$

$\Rightarrow \ln x+1>0$ et $x>0$, d'où f est continue par suite elle admet une primitive F

$$f(x)=\frac{\frac{1}{x}}{\ln x+1}=\frac{(\ln x+1)'}{\ln x+1}$$

$$\Rightarrow F(x)=\ln(\ln x+1)+k$$

e) $f(x)=\frac{1}{x(\ln x)^2}, x>1,$

donc x > 0 et lnx > 0

D'où f est continue par suite elle admet une primitive F

$$f(x)=\frac{(\ln x)'}{(\ln x)^2}=\frac{\frac{1}{x}}{(\ln x)^2}$$

$$\Rightarrow F(x)=\frac{-1}{\ln x}+cte$$

f) $f(x)=\frac{2x+1}{2x^2+2x+1}$ .fonction rationnelle

et $2x^2+2x+1\neq 0$ car $\Delta=-4<0$

D'où f est continue sur $I=\mathbb{R}$ par suite elle admet une primitive F

On a $f(x)=\frac{1}{2}.\frac{4x+2}{2x^2+2x+1}$

Donc $f(x)=\frac{1}{2}.\frac{(2x^2+2x+2)'}{2x^2+2x+2}$

$$\Rightarrow F(x)=\frac{1}{2}\ln(2x^2+2x+2)+k$$

g) $f(x)=\frac{2x+4}{x-1}$, fonction rationnelle

et $x-1\neq 0$ car $x>1$

D'où f est continue sur $I=\mathbb{R}$ par suite elle admet une primitive F

$$f(x)=\frac{2x-2+6}{x-1}=2+\frac{6}{x-1}=2+6.\frac{1}{x-1}$$

$$\Rightarrow F(x)=2x+6.\ln(x-1)+k$$

Exercice 4

1) $g(x)=\frac{x^2+4x+7}{x+2}, x\in\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

a) $g(x)=\frac{x^2+4x+4}{x+2}+\frac{3}{x+2}$

$$=\frac{(x+2)^2}{x+2}+\frac{3}{x+2}$$

$$=x+2+\frac{3}{x+2}$$

Donc $a=1, b=2, c=3$